9.01 ① 直流電流の電力量[J=joule]の定義．（W=work を意味する）

$$W_d = R I^2 T \qquad R(\mathrm{ohm}),\ I(\mathrm{Ampere}),\ T(\mathrm{second}),\ W(\mathrm{joule})$$

（remember $W_d = \frac{1}{2} m v^2$）　$(\mathrm{joule}) = (\Omega A^2 \sec) = (kg)\left(\frac{m}{\sec}\right)^2$

（E = enery のこと）　また．$V = RI$ より　$(\mathrm{volt}) = (\Omega)(A)$

また，容量 C に保存される電気エネルギーは $E = \frac{1}{2} C V^2$ より　$(\mathrm{jole}) = (\mathrm{farad})(\mathrm{volt})^2$ でもある!!

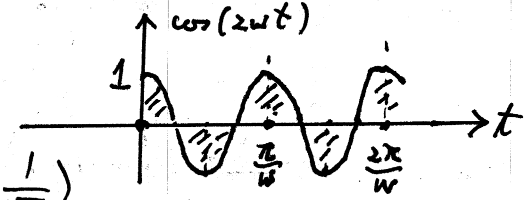
② 交流電流の電力量 (joule) の定義

$i(t) = I_m \sin(\omega t)$ とすると．　$W = \int_0^T R\, I^2(t)\, dt = (R I_m^2) \int_0^T \sin^2(\omega t)\, dt$

ここで　$\sin^2(\omega t) = \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}$ より．　$W = (R I_m^2) \int_0^T \left(\frac{1-\cos(2\omega t)}{2}\right) dt$

$$W_a = \frac{R}{2} I_m^2 T - \frac{1}{2}\int_0^T \cos(2\omega t)\, dt$$

（エネルギー(E)と仕事(W)は同じ単位）　$\searrow 0$

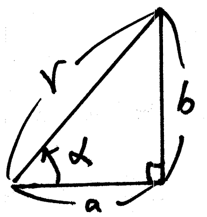


$W_a = \frac{R}{2} I_m^2 T$ となる．　$(W_a / W_d = \frac{1}{\sqrt{2}})$

直流の場合の電力量 $W_d = R I^2 T$ と比較して．　$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ となる．

9.02 $a \sin\theta + b\cos\theta = r \sin(\theta + \alpha) = r(\sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha)$ より．

$a = r\cos\alpha$，$b = r\sin\alpha$ となる．

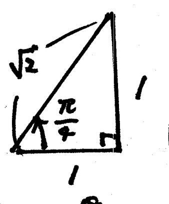


$\alpha = \arccos\left(\frac{a}{r}\right) = \arcsin\left(\frac{b}{r}\right)$ より α が決まる!!

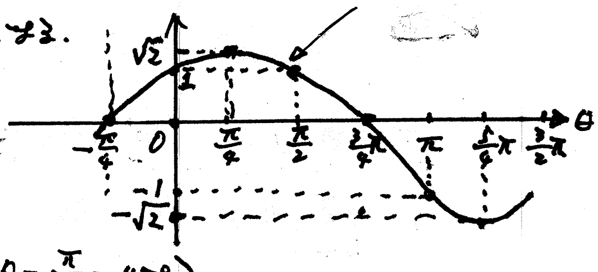
$r = \sqrt{a^2 + b^2}$ となる．

（$y(\theta) = \sqrt{2}\sin(\theta + \frac{\pi}{4})$ の graph は $\sqrt{2}\sin\theta$ の graph を $\Delta\theta = \frac{\pi}{4}$ だけ左に shift したもの）

9.03 $y(\theta) = \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ となる．



$\left(\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \\ \theta = \frac{\pi}{4} \end{array} \quad \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{2}\right)$



$y(\theta)$ の最大値は．$\theta = \frac{\pi}{4}$ の時 $\sqrt{2}$．　$(\theta = \frac{\pi}{4} = 45°)$

最小値は $\theta = \frac{5}{4}\pi$ の時 $(-\sqrt{2})$ となる．$(\theta = \frac{5}{4}\pi = 225°)$

9.04 $I_1(t) = I_1 \sin(\omega t)$，$I_2(t) = I_2 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$（$\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$ 遅れるので $-$（マイナス）になる（graph は右に．$\Delta\theta$ ずれる！））

①

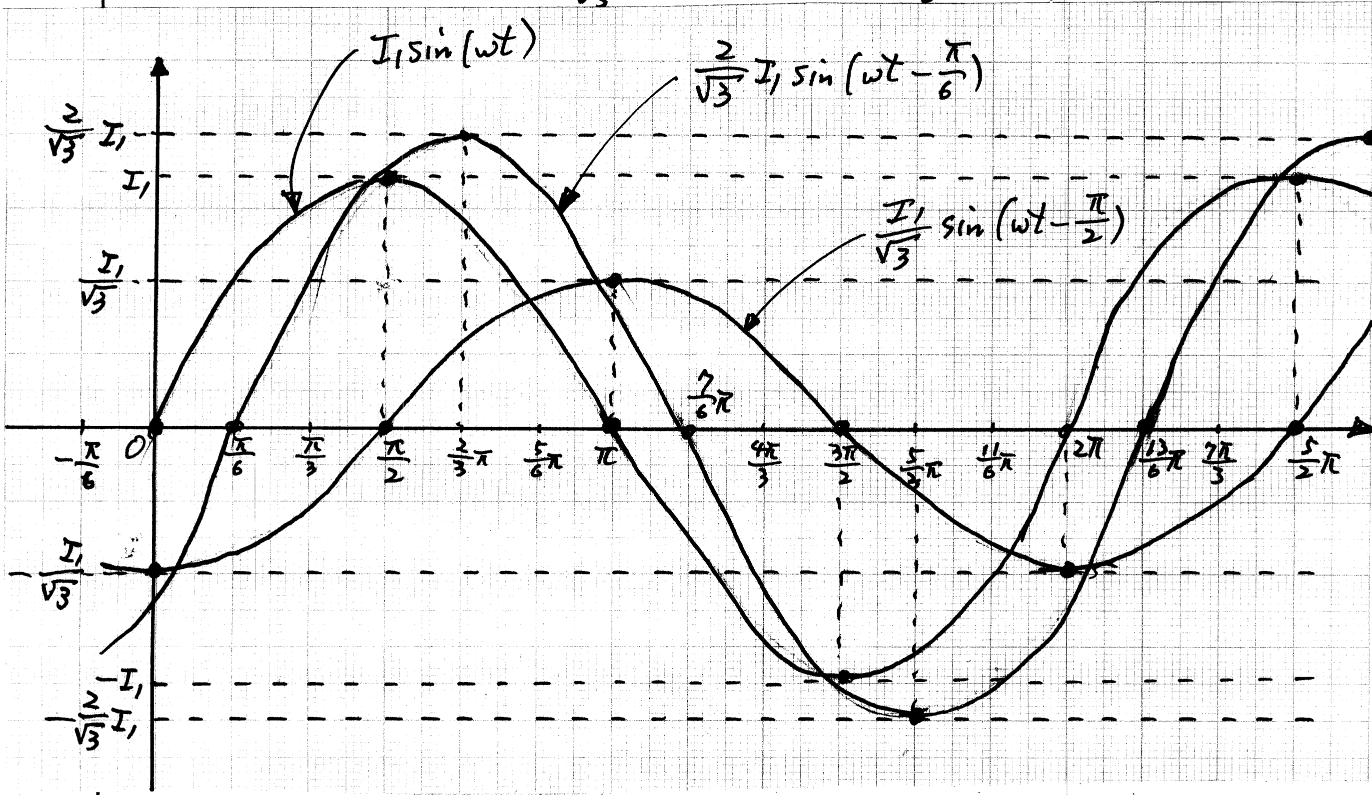
$I(t) = I_1(t) + I_2(t) = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}\,\sin(\omega t - \alpha) = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}\,(\sin\omega t\cos\alpha - \cos\omega t\sin\alpha)$ とする!

$I(t) = I_1 \sin(\omega t) + I_2\left(\sin\omega t \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0} - \cos\omega t \underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1}\right) = I_1 \sin(\omega t) - I_2\cos(\omega t)$

$\left(\cos\alpha = \frac{I_1}{\sqrt{I_1^2 + I_2^2}},\ \sin\alpha = \frac{-I_2}{\sqrt{I_1^2 + I_2^2}}\right)$　$I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{3}}$ の時．$\left(\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \sin\alpha = \frac{1}{2}\right)$　$\alpha = \frac{\pi}{6} = 30°$

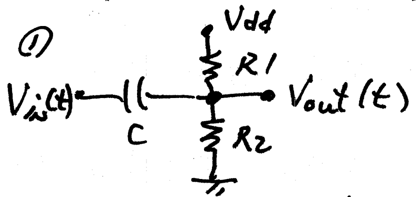
9.04 ② $I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{3}}$ の時. $\sqrt{I_1^2+I_2^2} = (I_1)\sqrt{1+(\frac{1}{\sqrt{3}})^2} = (I_1)\sqrt{1+\frac{1}{3}} = \frac{2I_1}{\sqrt{3}}$; $\alpha = \frac{\pi}{6}$ より、

$I(t) = I_1 \sin\omega t + \frac{I_1}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = \frac{2I_1}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$ とする.



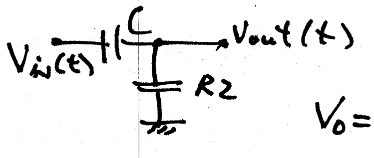
9.05 DC offset 回路の定義

①



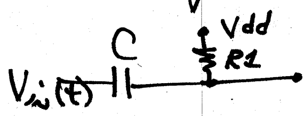
$V_{out}(t)$ の DC 点は $V_0 = \frac{R2}{R1+R2} V_{dd}$

when $R1 \to \infty$



$V_0 = 0$ volt とする

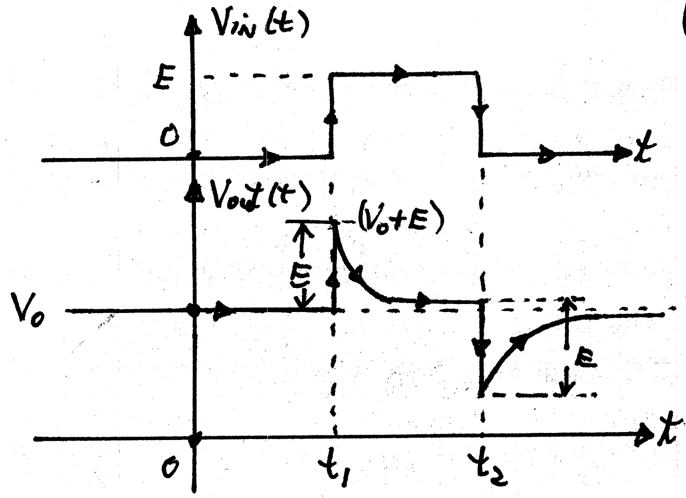
When $R2 \to \infty$ の時.



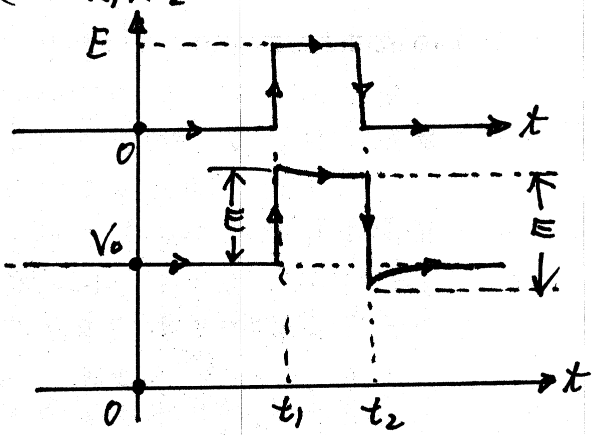
$V_0 = V_{dd}$ とする.

② at $t=0$, $V_{out}(t) = V_0$ とする.

$\left(R = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} = R_1 // R_2\right)$ とする.



When $(t_2 - t_1) = \Delta t \gg RC$



When $(t_2 - t_1) = \Delta t \ll RC$

9.06 ① $V_1(t) = A\cos\omega t$ の時、$i_1(t) = C\frac{d}{dt}V_1(t) = -\omega CA\sin(\omega t)$ となる。

$V_2(t) = A\sin\omega t$ の時、$i_2(t) = C\frac{d}{dt}V_2(t) = \omega CA\cos(\omega t)$ となる。

$V(t) = V_1(t) + jV_2(t)$, $i(t) = i_1(t) + j\,i_2(t)$ とすると、

$V(t) = A\cos\omega t + jA\sin\omega t = A\exp(j\omega t)$ となる。

$i(t) = -\omega CA\sin\omega t + j\omega CA\cos\omega t = (j\omega C)\{A\cos\omega t + jA\sin\omega t\}$

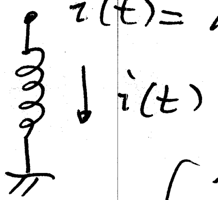
$i(t) = (j\omega C)A\exp(j\omega t) = (j\omega C)V(t)$ となっている。

ここで、入力電圧 $v(t)$ が $A\exp(j\omega t)$ (複素数で正弦波と余弦波を同時に考える!!) の時は、$i(t) = v(t)/Z$

の形(オームの法則と同じ形)になる。ただし、Zは複素数!

[コンデンサーの電流 $i(t)$ と電圧 $v(t)$ の関係 $i(t)=C\frac{dV(t)}{dt}$ が、
複素数 $Z=\left(\frac{1}{j\omega C}\right)$ のかけ算として、表現できる!!]

② Inductance の場合。



$i(t) = A\exp(j\omega t)$ の場合も同様に、($i_1(t)=A\cos\omega t$, $i_2(t)=A\sin\omega t$ として。)

$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$ より。

$$\left(\begin{array}{l} v_1(t) = (L)\frac{di_1(t)}{dt} = -(\omega L)A\sin\omega t \\ v_2(t) = (L)\frac{di_2(t)}{dt} = (\omega L)A\cos\omega t \end{array}\right)$$

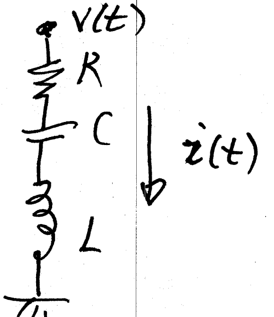
$v(t) = v_1(t)+jv_2(t) = (\omega L)\{-A\sin\omega t + jA\cos\omega t\}$

$v(t) = (j\omega L)\{A\cos\omega t + jA\sin\omega t\} = (j\omega L)A\exp(j\omega t)$

すなわち $v(t) = (Z)\,i(t)$ で $Z = j\omega L$ となる!

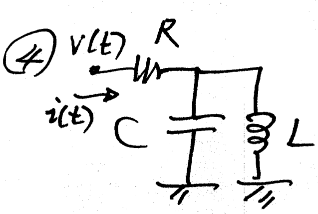
(Inductance の電流 $i(t)$ と電圧 $v(t)$ の関係 $v(t)=L\frac{di(t)}{dt}$ が、
複素数 $Z=j\omega L$ を導入する事により、かけ算として表現できる!)

③



$Z = \frac{V(t)}{i(t)} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)j$

④



$Z = R + C/\!/L = R + \frac{\left(\frac{1}{j\omega C}\right)(j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C}+j\omega L}$

$Z = R + \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}$

③の場合 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ の時、$Z=R$ で $|Z| =$ minimum

④の場合 $\omega=0$ の時、$Z=R$。$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ の時、$|Z|=\infty$ となる!!