2.01 単項式とは、いくつかの文字や数の積で表された式のことである。
多項式とは、2つ以上の単項式の和・差で表された式のことである。
整式とは、単項式と多項式を合わせ呼ぶ名称である。

2.02 単項式の例として、$2a$, $\frac{1}{3}ab$, bx^2 などがある。
多項式の例として、$2a+2b$ や $x^2-2xy+3y^2$ などがある。

2.03 次数とは、単項式で、着目した文字の指数の和のことである。
その文字以外の部分を係数という。

2.04 $5x^3y^2$ は x, y については5次式で、係数は5であるが、
yに着目すれば2次式で、その係数は $5x^3$ である。

2.05 多項式の次数とは、その多項式に含まれる項の次数のうち、最も高い次数のことである。

2.06 (i) aについて3次式の例として、$3a^3-2a^2+4a-1$ がある。
(ii) x, yについては4次式で、xについては3次式の例として、$x^3y+3x^2y^2-2y^4$ などがある。
(iii) xについては2次式で、a, bは係数、cは定数項の例として、ax^2+bx+c がある。

2.07 整式の計算の法則には次の3つがある。

交換法則 $a+b=b+a$ (加法), $ab=ba$ (乗算)

結合法則 $(a+b)+c=a+(b+c)$, $(ab)c=a(bc)$

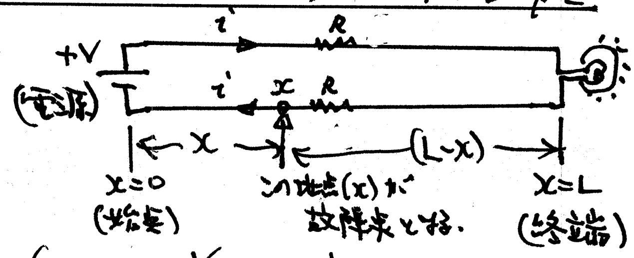
分配法則 $n(a+b)=na+nb$

2.08 (1)
$$\begin{array}{r} 5x^2-3x+2 \\ +)\ 2x^2+4x-5 \\ \hline 7x^2+x-3 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 5x^2-3xy+2y^2 \\ -)\ 4x^2+4xy-5y^2 \\ \hline x^2-7xy+7y^2 \end{array}$$

2.09 (i) 長さLのケーブル(cable)の正常な動作図

マーレーループ法



(負荷(load)をゼロにして、短絡(short)として、電源に電流計を入れる。)

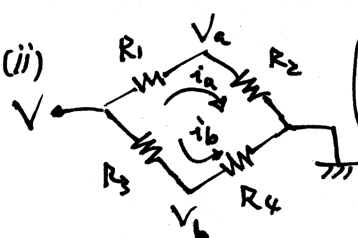
(ケーブル(cable)には、小さいが単位メートル当りの抵抗値 r がある。)

(長さがLなら $R=Lr$ の抵抗が始点($x=0$)から終端($x=L$)迄に存在する。)

$$\left(i=\frac{V}{(2R)+(R_L)} \right)$$

負荷(load)にかかる電圧は、$iR_L=\frac{R_LV}{(R_L+2R)}$

(ii)



(ホイーストンブリッジ)

$$\left(\begin{array}{l} i_a=\frac{V}{R_1+R_2} \\ i_b=\frac{V}{R_3+R_4} \end{array} \right) \left(\begin{array}{ll} V_a=i_aR_2\ ; & V-V_a=i_aR_1\ ; \\ V_b=i_bR_4\ ; & V-V_b=i_bR_3\ ; \end{array} \right)$$

$V_a=V_b$ となるように、R_1とR_3の値を調整する!

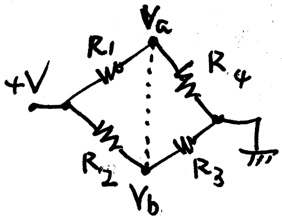
$i_aR_2=i_bR_4$; $i_aR_1=i_bR_3$; $\frac{i_a}{i_b}=\frac{R_4}{R_2}=\frac{R_3}{R_1}$; $\boxed{R_1R_4=R_2R_3}$

(iii) $\left(\begin{array}{l} R_1+R_3=R_p \\ R_1=R_p-a \\ R_3=a \end{array} \right)$ に抵抗分割して調整した。

また、$\left(\begin{array}{l} R_2=(2L-x)r \\ R_4=xr \end{array} \right)$

$(R_p-a)xr=(2L-x)ra$

$(R_p-a)x+(ax)=2La$; $x=\frac{2La}{R_p}$

2.10 

$\frac{R_1}{R_4} = 4$; $L = 5\,\mathrm{km}$;

$\left(\begin{array}{l} R_4 = (2L - x)\,r \\ R_3 = x \cdot r \end{array}\right)$

$R_1 R_3 = R_2 R_4 \longrightarrow \frac{R_1}{R_2} = 4 = \frac{R_4}{R_3} = \frac{(2L-x)\,r}{x \cdot r} = \frac{2L-x}{x}$

$4x = 2L - x \qquad 5x = 2L \qquad x = \frac{2L}{5} = \frac{10}{5} = 2\,\mathrm{km} \longleftarrow$

2.11 指数法則 (m, n が正の整数で $a \neq 0$ のとき)

$a^m \times a^n = a^{m+n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$;

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \ (\text{if } m > n)$$
$$= 1 \ (\text{if } m = n)$$
$$= \frac{1}{a^{n-m}} \ (\text{if } m < n)$$

2.12 (1) $(-4a^2b) \times 6abc = -24a^3b^2c$ (2) $(-2xy^3)^2 \times (x^2yz)^2 = 4x^6y^8z^2$

(3) $12x^5y^3z^3 \div (-15x^3y^2z^2) = -\frac{12}{15}x^2yz = -\frac{4}{5}x^2yz$

2.13 (1)

$$\begin{array}{rr} & x^2 - 2x + 2 \\ \times) & 2x - 1 \\ \hline & -x^2 + 2x - 2 \\ +) & 2x^3 - 4x^2 + 4x \\ \hline & 2x^3 - 5x^2 + 6x - 2 \end{array} \longleftarrow$$

(2)

$$\begin{array}{r} 2a + 4 \\ a-1 \,\overline{)\, 2a^2 + 2a - 4} \\ \underline{2a^2 - 2a} \\ 4a - 4 \\ \underline{4a - 4} \\ 0 \end{array}$$

$\left(\begin{array}{l} A(a) = 2a^2 + 2a - 4 \text{ ; } B(a) = a - 1 \text{ ;} \\ (\text{商}) = 2a + 4 = Q(a) \\ (\text{余}) = 0 = R(a) \\ A(a) = B(a)\,Q(a) + R(a) \end{array}\right)$

(3)

$$\begin{array}{r} x - 1 \\ 2x^2+2x-1 \,\overline{)\, 2x^3 \qquad - x + 2} \\ \underline{2x^3 + 2x^2 - x} \\ -2x^2 \qquad + 2 \\ \underline{-2x^2 - 2x + 1} \\ 2x + 1 \end{array}$$

$A(x) = 2x^3 - x + 2$; $B(x) = 2x^2 + 2x - 1$;

$\left(\begin{array}{l} (\text{商}) = x - 1 = Q(x) \\ (\text{余り}) = 2x + 1 = R(x) \\ 2x^3 - x + 2 = (2x^2+2x-1)(x-1) + (2x+1) \\ A(x) = B(x)\,Q(x) + R(x) \\ \text{の形式となる.} \end{array}\right)$

2.14 乗法の公式(I) (1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(2) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(3) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

2.15 (1) $(2a-b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$

(2) $(x^2-x+1)(x^2+x+1) = ((x^2+1) - x)((x^2+1) + x) = (x^2+1)^2 - x^2$

$= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = x^4 + x^2 + 1$

(3) $(x+y-4)(x+y+1) = (x+y)^2 - 3(x+y) - 4 = x^2 + 2xy + y^2 - 3x - 3y - 4$

2.16 乗法の公式(II) (*) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(アルキメデスのピラミッド) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$

$(a-b)^7 = a^7 - 7a^6b + 21a^5b^2 - 35a^4b^3 + 35a^3b^4 - 21a^2b^5 + 7ab^6 - b^7$

2.17 (1) $(a+3)^3 = a^3+(3)a^2(3)+(3)a(3)^2+(3)^3 = a^3+9a^2+27a+27$

(2) $(3x-y)^3 = (3x)^3-(3)(3x)^2y+(3)(3x)y^2-y^3 = 27x^3-27x^2y+9xy^2-y^3$

2.18 因数分解の公式(Ⅰ)

(1) $ma+mb+mc = m(a+b+c)$

(2) $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$

(3) $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

2.19 (1) $(a+b)^2-4(a+b)+4 = (a+b-2)^2$

(2) $x^2-4(y-2)^2 = (x+2(y-2))(x-2(y-2)) = (x+2y-4)(x-2y+4)$

(3) $x^4+x^2+1 = x^4+2x^2+1-x^2 = (x^2+1+x)(x^2+1-x) = (x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(4) $x^2+2xy+y^2-3x-3y-4 = (x+y)^2-3(x+y)-4 = (x+y-4)(x+y+1)$

2.20 因数分解の公式(Ⅱ)

(4) $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$

$acx^2+(ad+bc)x+bd = (ax+b)(cx+d)$

2.21 $2x^2+3x-2 = (x+a)(2x+b)$ と置くと. $ab=-2$, $2a+b=3$ より $a=2, b=-1$ とする.

$ab=-2$ より $(a=1, b=-2)$ とすると、$2a+b=0$ となりダメ!!

$(a=2, b=-1)$ とすると. $2a+b=3$ となり Ok. (答) $(x+2)(2x-1)$

$$\begin{array}{rl} & px+a \\ \times) & qx+b \\ \hline & pqx^2+(pb+qa)x+bd \end{array}$$ となるので. $$\begin{array}{c} p \times a \\ q \quad b \\ \hline (pb+qa) \end{array}$$ を計算すれば良い!!

$pb+qa = b+2a$ として.

$$\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \\ \hline -2+2=0\ (\times) \end{array} \quad \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\ \hline -1+4=3\ (\mathrm{ok}) \end{array}$$

($a=2$, $b=-1$, を得る.)

2.22 $x^2+3xy+2y^2-2x-y-3$

$= (x+ay+b)(x+cy+d)$ と仮定する. $\begin{pmatrix} bd=-3 \\ ac=2 \end{pmatrix}$

$= x^2+(a+c)xy+acy^2+(b+d)x+(ad+bc)y+bd$

$\begin{pmatrix} a+c=3 \\ ac=2 \end{pmatrix}$ より $a=2$, $c=1$ としてみる... (与式) $= x^2+3xy+2y^2+(b+d)x+(2d+b)y+bd$

$\begin{pmatrix} b+d=-2 \\ bd=-3 \\ 2d+b=-1 \end{pmatrix}$ より. $b=1, d=-3$ の時. $2d+b=-6+1=-5$ (ダメ)

$b=-3, d=1$ の時 $2d+b=2-3=-1$ (ok)!!

(別解) (答) $(x+2y-3)(x+y+1)$ ←

$x^2+3xy+2y^2-2x-y-3 = x^2+3xy-2x+2y^2-y-3 = x^2+3xy-2x+\underbrace{(2y-3)(y+1)}$

$= x^2+x(3y-2)+(2y-3)(y+1)$

$= (x+2y-3)(x+y+1)$

(y だけの多項式をまとめる)

2.23 因数分解の公式(Ⅲ)

$a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

2.24 整式AとBがある時、AがBで割り切れる時、BをAの約数という.
AをBの倍数という。2つ以上の整式に共通な約数をそれらの整式の
公約数といい、そのうちで、次の最も高いものを最大公約数という。
また、2つ以上の整式に共通な倍数をそれらの整式の公倍数といい、
そのうちで次数の最も低いものを最小公倍数という.

2.25 $A(x)=x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$
$B(x)=x^4-x^3-2x^2=x^2(x^2-x-2)=x^2(x+1)(x-2)$
$C(x)=x^3+2x^2+x=x(x^2+2x+1)=x(x+1)^2$

よって、最大公約数は $(x+1)$ ←
最小公倍数は、
$x^2(x+1)^2(x-2)(x-3)$ ←

2.26 AとBを整式とする時、$\frac{A}{B}$ の形の式を分数式という。Aを分子、Bを分母という。
ただし、Bは定数ではないとする。Bが定数の時は、分数式とは言わない。

2.27 分数式の性質と乗法・除法
(1) Mが0でない整式の時、$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M}$, $\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}$;
(2) $\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}$, $\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$;

2.28 分数式の分子と分母に公約数があれば、
それで割って分数式を簡単にすることができる。このことを分数式を約分するという。
これ以上約分できない分数式を既約分数式という。分数式を既約分数式にするには、
分子と分母をその最大公約数で割ればよい。

2.29 (1) $\frac{8a^2bx^2}{12a^3bx}=\frac{2x}{3a}$ (2) $\frac{(x+2)^2(x-4)}{(x-4)^2(x+2)}=\frac{(x+2)^2}{(x-4)}$ ←

(3) $\frac{9x^2}{x^2+x-12}\div\frac{3x}{x+4}=\frac{9x^2}{(x+4)(x-3)}\times\frac{(x+4)}{(3x)}=\frac{3x}{x-3}$ ←

2.30 分数式を通分するとは、分母が異なる分数式を、同じ分母の分数式に直す事をいう。
通分するには、分母の最小公倍数を共通の分母にすればよい。
分数式の加法・減法は、分母が同じ時は、$\frac{A}{D}+\frac{B}{D}-\frac{C}{D}=\frac{(A+B-C)}{D}$ とする。

2.31 (1) $\frac{1}{a-2}-\frac{2}{a(a-2)}=\frac{a-2}{a(a-2)}=\frac{1}{a}$

(分数 $\left(\frac{A}{B}\right)$ の形に書ける数を有理数という。)

(2) $\frac{2x}{x+y}+\frac{2y}{x-y}+\frac{4xy}{x^2-y^2}=\frac{2x(x-y)+2y(x+y)+4xy}{(x+y)(x-y)}=\frac{2x^2+4xy+2y^2}{(x+y)(x-y)}$

$=\frac{2(x+y)^2}{(x+y)(x-y)}=\frac{2(x+y)}{(x-y)}$ ←

2.32 無理数とは、分数 $\left(\frac{A}{B}\right)$ の形に書けない数
の事をいう。$\sqrt{2}$ や π や e がある。

2.33 ($\sqrt{2}$ が無理数である事の証明) もし、分数 $\left(\frac{A}{B}\right)=\sqrt{2}$ と書けるとする。
$A\cdot A=(2)(B)(B)$ となる。ここでAとBは共通の公約数を持たないとする。
分数は、必ず通分して、分母Aと分子Bを最小にできる。しかし、$A\cdot A$ は2の
倍数であるので、Aは2の倍数のはず。$A=2K$ と書ける。すると、
$A\cdot A=(2K)(2K)=(4)(K)(K)=(2)(B)(B)$ すなわち、
$(2)(K)(K)=(B)(B)$ となる。従って、Bも2の倍数となる。
従って、AとBともに2の倍数となる!! これは、最初の仮定(AとBは
公約数を持たない)に反する。従って、$\sqrt{2}$ は分数 $\left(\frac{A}{B}\right)$ と表記できると
仮定したら論理的に不合理が生じた事により、この仮定は真ではない
ない。従って、$\sqrt{2}$ は分数 $\left(\frac{A}{B}\right)$ の形には表記できない。よって定義
により $\sqrt{2}$ は無理数となる!!

2.34 (1) $\sqrt{2^2}=2$ (2) $\sqrt{3^2}=3$ (3) $\sqrt{4^2}=4$ (5) $\sqrt{5^2}=5$ (6) $\left(\begin{array}{l} a \geqq 0 \text{ の時、} \sqrt{a^2}=a \\ a<0 \text{ の時は、} \sqrt{a^2}=-a \end{array}\right)$
いずれにせよ $\sqrt{a^2}=|a|$ となる。

2.35 (1) 2乗して9になる数は $\sqrt{3}$ と $-\sqrt{3}$ である。

(2) 2乗して−9になる実数は存在しない。しかし、$\sqrt{-9}=(\sqrt{+9})(\sqrt{-1})$ として、2乗して、−1になる数を定義する事はできる。これは実際には存在しないが、人間の頭の中の虚像（現実でない夢想!?）として、これを虚数と呼ぶ。英語の imaginary（想像）の頭文字をとって、$i=\sqrt{-1}$ と書く。2乗して、−1になる数は $\pm i=\pm\sqrt{-1}$ の2つがある。

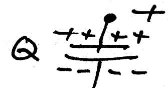
$a+bi$ の形で、a と b を実数とする時、$(a+bi)$ を複素数と呼ぶ。

(3)
$\sqrt{1}=1$ $\sqrt{16}=4$ $\sqrt{49}=7$ $\sqrt{100}=10$ $\sqrt{169}=13$
$\sqrt{4}=2$ $\sqrt{25}=5$ $\sqrt{64}=8$ $\sqrt{121}=11$ $\sqrt{196}=14$
$\sqrt{9}=3$ $\sqrt{36}=6$ $\sqrt{81}=9$ $\sqrt{144}=12$ $\sqrt{225}=15$ ...

2.36 $a \geqq 0,\ b \geqq 0$ の時 $\sqrt{ab}=(\sqrt{a})(\sqrt{b})$

$a \geqq 0,\ b>0$ の時 $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ となる。

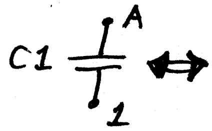
(Remember（容量Cの定義）

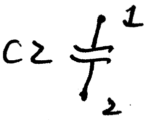


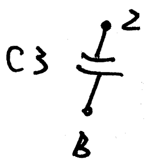
$Q=CV$

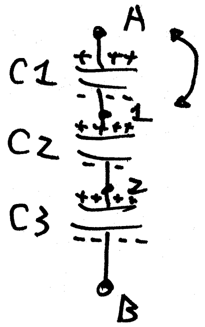
$i=\dfrac{dQ}{dt}=C\dfrac{dV}{dt}$)

2.37 define ccc() { [A][1] C1(1); [1][2] C2(1); [2][B] C3(1); }


⇔ [A][1] C1(1);


⇔ [1][2] C2(1);


⇔ [2][B] C3(1);



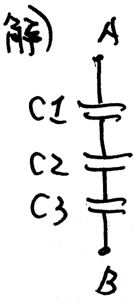
$(VA-V1)=\frac{2}{3}(VA-VB)$

$(VA-V1)\,C1=Q1$
$(V1-V2)\,C2=Q2$
$(V2-VB)\,C3=Q3$

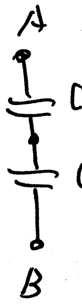
$Q1=Q2=Q3$

$$(VA-V1)=\frac{Q1}{C1}=\frac{Q}{C1}=\frac{2}{3}(VA-VB)$$
$$(V1-V2)=\frac{Q2}{C2}=\frac{Q}{C2}$$
$$+)\quad (V2-VB)=\frac{Q3}{C3}=\frac{Q}{C3}$$
$$(VA-VB)=\left(\frac{1}{C1}+\frac{1}{C2}+\frac{1}{C3}\right)Q=\left(\frac{3}{2}\right)\frac{Q}{C1}$$
$$\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{C1}\right)=\frac{1}{C1}+\frac{1}{C2}+\frac{1}{C3}$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{C1}\right)=\frac{1}{C2}+\frac{1}{C3} \longrightarrow \frac{1}{C1}=\frac{2}{C2}+\frac{2}{C3} \longleftarrow$$

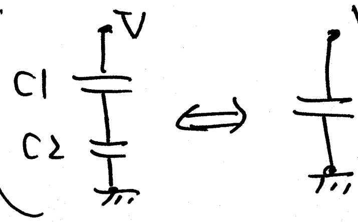
(別解)



$\Longleftrightarrow$



$C4 = \dfrac{(C2)(C3)}{(C3+C2)}$

(


$\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$)

ΔV_{AB} = (A-B間の電圧)

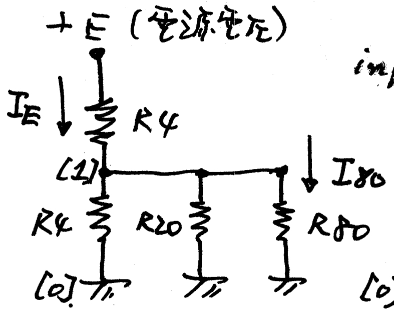
$$(\text{C1の端子の電圧}) = \frac{C4\,\Delta V_{AB}}{C1+C4} = \frac{2}{3}\Delta V_{AB}\ ;\quad 3C4 = 2C1 + 2C4\ ;$$

$$C4 = 2C1 \qquad C1 = \frac{1}{2}\,\frac{(C2)(C3)}{(C2+C3)}\ ;\quad \frac{1}{C1} = \frac{2}{C2} + \frac{2}{C3}$$

とする!!

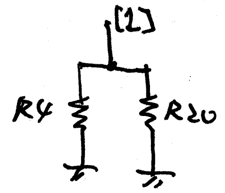
2.38 define RRR( ){ [E][1] R4(1); [1][0] R4(2);
[1][0] R20(1); [1][0] R80(1);

input I_E, R4, R20, R80;
output I80; }



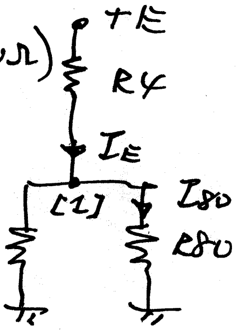
(R4=4Ω, R20=20Ω, R80=80Ω)

[0]=(GND)=(接地電圧)



$\Longleftrightarrow$

$RR = \dfrac{(R4)(R20)}{(R4)+(R20)}$

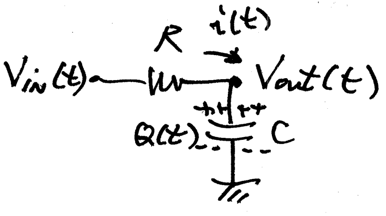


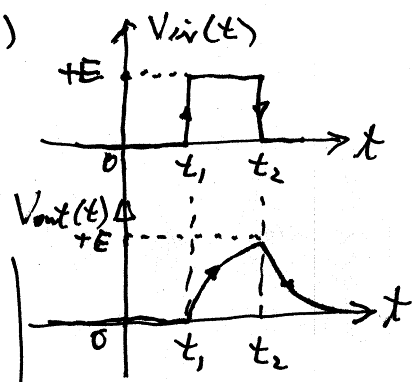
$RR = \dfrac{(4)(20)}{(24)} = \left(\dfrac{10}{3}\right)\Omega \qquad I_{80} = \dfrac{RR}{RR+R80} I_E$ とする.

$$I_{80} = \frac{(RR)(I_E)}{RR+R80} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)(100)}{\left(\frac{10}{3}\right)+80} = \frac{1000}{10+240} = \frac{1000}{250} = 4\ [A]$$

[A]=[Ampere]

2.39 define RC( ){ input V_{in}; output V_{out};
[V_{in}][V_{out}] R(1); [V_{out}][0] C(1); }





$Q(t) = V_{out}(t)\cdot C$

$i(t) = \dfrac{d}{dt}Q(t) = C\,\dfrac{dV_{out}(t)}{dt}$

$V_{in}(t) - V_{out}(t) = R\cdot i(t)$

$V_{in}(t) - V_{out}(t) = (RC)\,\dfrac{dV_{out}(t)}{dt}$

(初期条件) $t < t_1$ では.
($V_{in}(t) = V_{out}(t) = 0$
$t = t_1$ で $V_{in}(t) = +E$ になる。また $t = t_2$ で $V_{in}(t) = 0$ に戻る.)

at $t = t_1$, $V_{out}(t) = 0$, $V_{in}(t) = +E$,

$V_{out}(t) = (E)\left(1 - \exp\left(-(t-t_1)/RC\right)\right)$,

at $t = t_2$, $V_{out}(t) = (E)\left(1 - \exp\left(-(t_2-t_1)/RC\right)\right)$,

for $t > t_2$ $\quad V_{out}(t) = (E)\left(1 - \exp\left(-(t_2-t_1)/RC\right)\right)\exp\left(-(t-t_2)/RC\right)$